

1. a を実数とする。 $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 1$ とおくとき、以下の間に答えよ。(配点 25 点)

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ は $x = -1$ を解にもつとする。このとき、 a の値を求め、方程式 $f(x) = 0$ の解をすべて求めよ。
- (2) a の値を (1) で求めたものとする。関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

2. 実数 a に対して、 a を超えない最大の整数を k とするとき、 $a - k$ を a の小数部分という。 n を自然数とし、 $a_n = \sqrt{n^2 + 1}$ とおく。以下の間に答えよ。(配点 25 点)

- (1) $a_n < n + 1$ が成り立つことを示せ。
- (2) b_n を a_n の小数部分とする。 b_n を n を用いて表せ。
- (3) b_n を (2) で定めたものとする。 m, n を異なる 2 つの自然数とすると、 $b_m \neq b_n$ であることを示せ。

3. 1個のさいころを2回続けて投げるとき、出た目の数を順に a, b とおく。座標平面上の2点 A, B を

$$A \left(\cos \frac{a}{6} \pi, \sin \frac{a}{6} \pi \right), \quad B \left(\cos \frac{b+6}{6} \pi, \sin \frac{b+6}{6} \pi \right)$$

とし、原点を O とする。以下の問に答えよ。(配点25点)

- (1) 3点 O, A, B が一直線上にある確率を求めよ。
- (2) 3点 O, A, B が一直線上になく、かつ三角形 OAB の面積が $\frac{1}{4}$ 以下である確率を求めよ。
- (3) 2点 A, B 間の距離が1より大きい確率を求めよ。